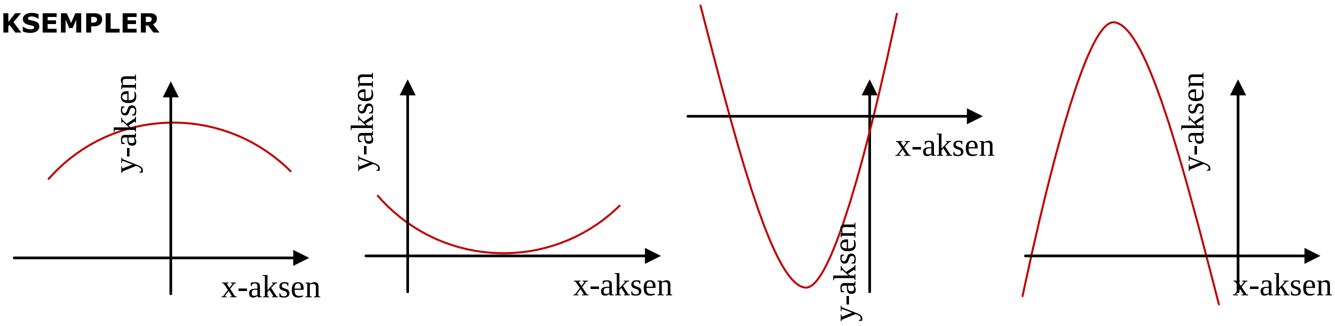
DISPOSITION VED GRAFISK LØSNING AF 2. GRADSFUNKTIONER:

Enhver 2. gradsfunktion har forskriften $f(x) = ax^2 + bx + c$, hvor $a \neq 0$
Tegner man funktionen i et koordinatsystem bliver det en **parabel** med ligningen $y = ax^2 + bx + c$, hvor $a \neq 0$
Eksempler på, hvor man finder andengradsligningen i hverdagen er f.eks. i golfskud, basketballkast. Altså steder, hvor man kaster noget op i luften, det topper og går ned igen.

EKSEMPLER



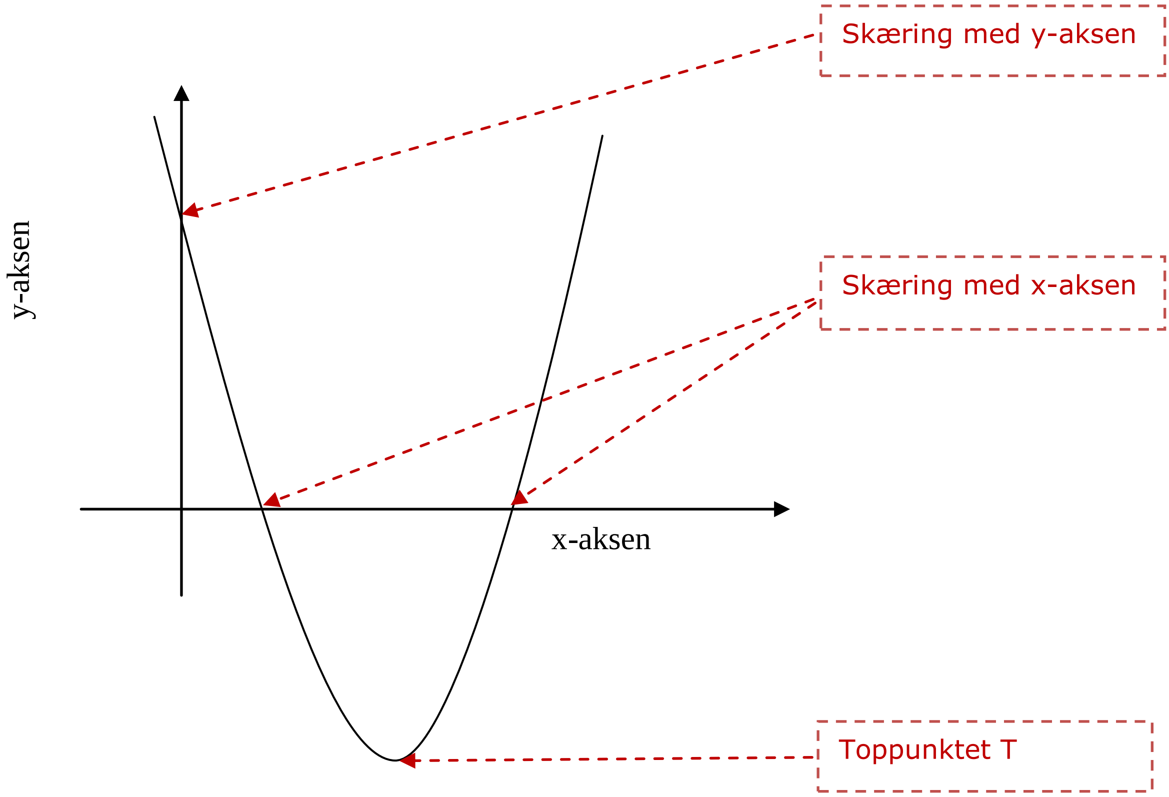
1. **Find a, b og c-værdierne.**
   a. a er hældningen på parablen.
      i. Hvis a er negativ vender parablens 'ben' nedad. (sur smiley)
      ii. Hvis a er positiv vender parablens 'ben' opad. (glad smiley)
      iii. Jo større a, desto smallere parabel
      iv. Jo mindre a, desto bredere parabel
   b. b siger noget om, hvor parablen ligger i forhold til y-aksen.
      i. Hvis b=0, så ligger parablens toppunkt på y-aksen.
      ii. Hvis a og b har samme fortegn, så ligger toppunktet til venstre for y-aksen.
      iii. Hvis a og b har forskellige fortegn, så ligger toppunktet til højre for y-aksen.
   c. c er parablens skæringspunkt med y-aksen.
      i. Hvis c=0, så går parablen igennem punktet (0,0)
2. **Find værdien af diskriminanten D** (findes ved at sætte a,b,c værdier ind i $D = b^2 - 4ac$)
   a. Diskriminanten D siger noget om, hvor mange rødder(skæringspunkter med x-aksen) grafen har.
   b. ***Hvis D < 0*** (mindre end 0) skærer parablens 'ben' **IKKE** X-aksen (INGEN LØSNING PÅ LIGNINGEN)
   c. ***Hvis D = 0*** (lig med 0) skærer parablens 'ben' X-aksen **ÉT** sted. (Løsning $x = -b/(2a)$)
   d. ***Hvis D > 0*** (større end 0) skærer parablens 'ben' X-aksen **TO** steder. Løsningerne $s_1 = (-b+\sqrt{D})/(2a)$ og $S_2 = (-b-\sqrt{D})/(2a)$
3. **Find Toppunktet**
      i. Toppunktet er det punkt, hvor grafen topper (a er negativ) eller "bunder" (a er positiv).
      ii. Toppunktet T går igennem koordinatet T(-b/2a , -D/4a).
4. **Find rødderne** (skæringspunkterne med x-aksen)
   a. Det ene skæringspunkt. $(s_1, 0)$
      i. $s_1 = \dfrac{(-b + \sqrt{((b)^2 - 4ac)})}{2a}$
   b. Det andet skæringspunkt. $(s_2, 0)$
      i. $s_2 = \dfrac{(-b - \sqrt{((b)^2 - 4ac)})}{2a}$
5. **Find x/y-værdier** til at tegne ligningen i et koordinatsystem.
   a. Lav et sildeben til at sætte værdierne ind i.
   b. Værdierne for x bør ligge tæt på toppunktet.

X						
Y						

6. **Tegn parablen**

EKSEMPEL 1:
Om nedenstående graf kan man ud fra dispositionen f.eks. sige:

a-værdien er ikke særlig stor, da grafen ikke er særlig smal.
a-værdien er positiv (glad smiley), da grafens ben vender opad.
c er skæringen med y-aksen.
a og b har forskellige fortegn, da grafens toppunkt ligger til højre for y-aksen.
Diskriminanten må være større end (>) 0, da grafen skærer x-aksen 2 steder (2 rødder).
Man kan finde skæringspunkterne med x-aksen (rødderne) vha. formlen for s_1 og s_2.



EKSEMPEL 2:
En anden funktion har forskriften $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$. Når man tegner den i et koordinatsystem får den ligningen $y = 2x^2 - 4x + 3$.

Hvis man følger dispositionen, så finder man ud af følgende:
a=2
b=-4
c=3

a er positiv, så grafens ben vender opad.
a og b har forskellige fortegn, så grafen for y ligger til højre for y-aksen.

Grafen skærer y-aksen i 3 (0,3)

Diskriminanten er $D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 16 - 24 = -8$
Diskriminanten er mindre end 0, så der er ingen rødder(skæringspunkter med x-aksen)

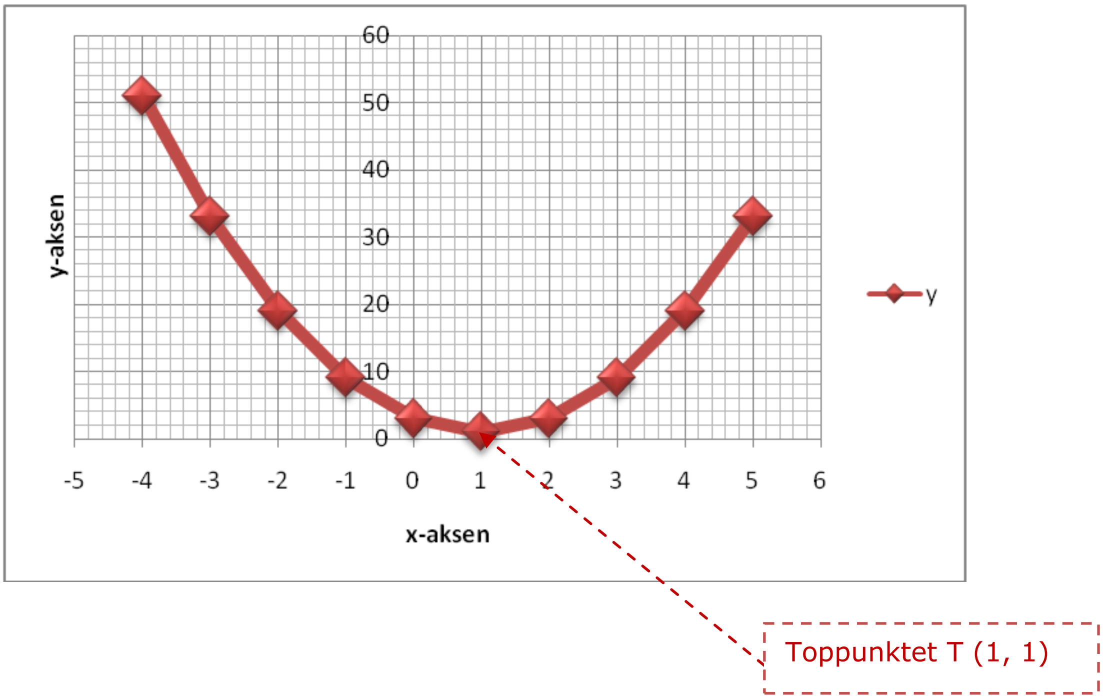
Toppunktet er $(-b/2a\ ,\ -D/4a\ ) = (--4/2 \cdot 2\ ,\ --8/4 \cdot 2\ ) = (+4/4\ ,\ +8/8) = (1\ ,\ 1)$.
Toppunktet T går således gennem punktet T(1, 1)

Find værdierne til at tegne ligningen ved at bruge et sildeben. Tallene for X (se nedenfor) bør ligge tæt op ad x-værdien hos toppunktet og værdimæssigt på begge sider af denne værdi. Toppunktets x-værdi er 1.

X	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Y	51	33	19	9	3	1	3	9	19	33

Tegn punkterne ind i et koordinatsystem. Husk at et punkt er defineret ved (x, y).

Find f.eks. punktet (-4,51) ved at gå hen til -4 på x-aksen og op til 51 på y-aksen.
Eller punktet (2, 3) ved at gå til 2 på x-aksen og op til 3 på y-aksen osv. osv.



LINKS
http://da.wikipedia.org/wiki/Andengradspolynomium

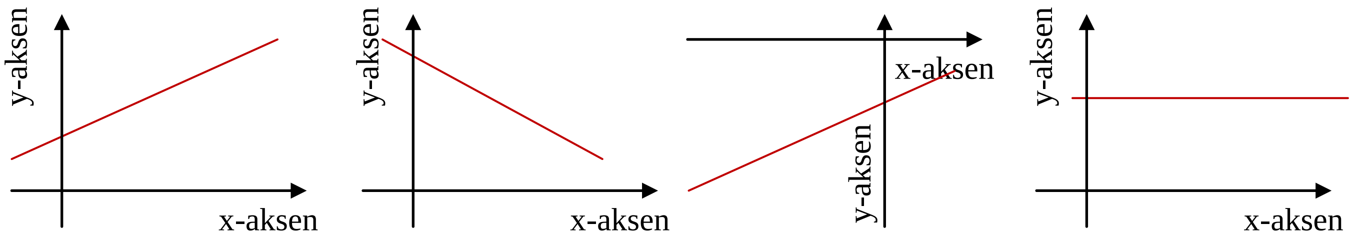
DISPOSITION VED GRAFISK LØSNING AF 1. GRADSFUNKTIONER:

Enhver 1. gradsfunktion har forskriften f(x) = ax + b

Tegner man funktionen i et koordinatsystem bliver det en **ret linje** med ligningen y = ax + b.

Den rette linje stiger eller falder altid med samme værdi (a).

Man ser denne form for matematik, når man f.eks. snakker i mobil (a er minutpris, b er abonnement), diskoteket (a er prisen for en genstand, b er entreen), tankning af knallerten (a er literprisen, b er her 0, da det jo ikke koster noget, hvis man ikke køber noget benzin).



1. **Find a og b-værdierne.**
    a. a er hældningen på den rette linje altid.
        i. Hvis a er 0, så er den rette linje helt vandret.
        ii. Hvis a er positiv, så "stiger" linjen altid.
        iii. Hvis a er negativ, så "falder" linjen altid.
        iv. Jo større værdi a har, desto stejlere er grafen.
    b. b er linjen skæringspunkt med y-aksen.
        i. Hvis b=0, så går linjen igennem punktet (0,0)
2. **Find x/y-værdier** til at tegne ligningen i et koordinatsystem.
    a. Lav et sildeben til at sætte værdierne ind i.

X							
Y							

3. **Tegn linjen ind i et koordinatsystem.**

EKSEMPEL 1:

Y= -3x -6

a = -3
b = -6

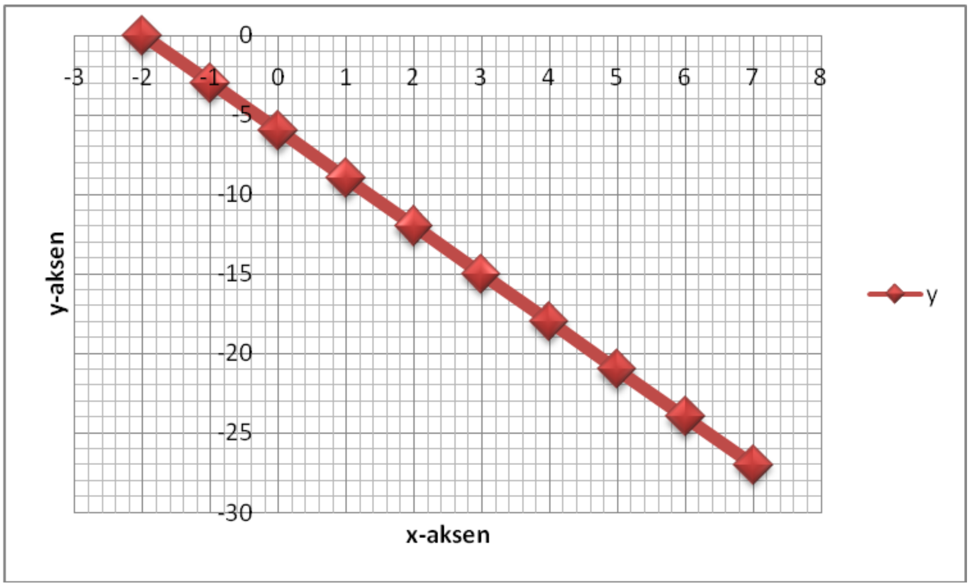
a er negativ og linjen er derfor faldende.
b er linjens skæring med y-aksen og linjen skærer her y-aksen i -6.

X	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
Y	0	-3	-6	-9	-12	-15	-18	-21	-24	-27

Tegn punkterne ind i et koordinatsystem. Husk at et punkt er defineret ved (x, y).

Find f.eks. punktet (-2, 0) ved at gå hen til -2 på x-aksen og 0 på y-aksen.
Eller punktet (1, -9) ved at gå til 1 på x-aksen og ned til -9 på y-aksen osv. osv.

Forbind derefter punkterne i koordinatsystemet med hinanden, som vist nedenfor:



EKSEMPEL 2:
En sodavand koster i en kiosk 12,5 kr.

Hver gang (x) man køber 1 sodavand koster det 12,5 kr.(a). Køber man 12 sodavand koster det 12,5 * 12 = 150 kr.

a er 12,5.
a er positiv, så linjen stiger.

b er 0, da det jo ikke koster noget, hvis man ikke køber nogen sodavand. Linjens skæring med y-aksen er derfor i punktet (0, 0).

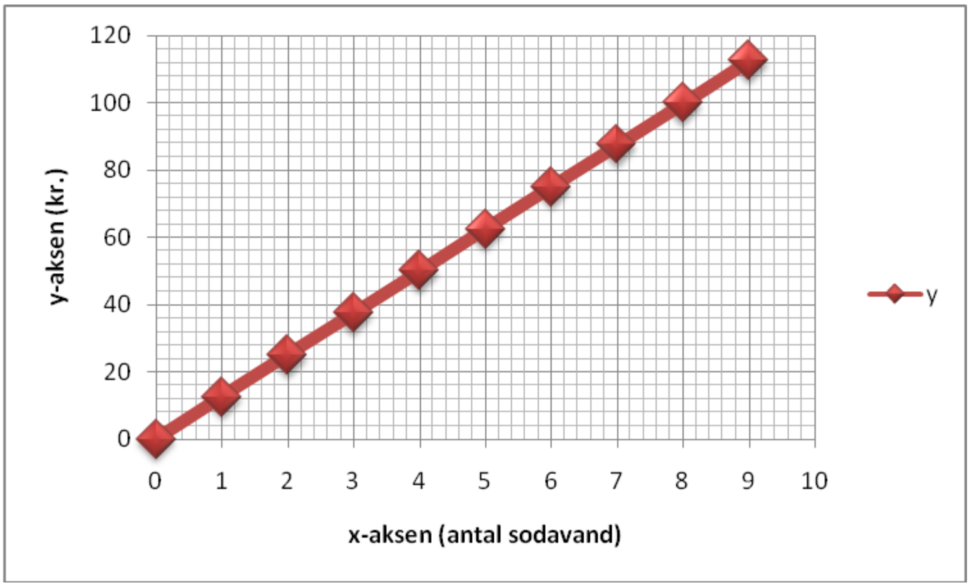
Ligningen for denne sodavand i et koordinatsystem er derfor y = 12,5 x.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	0	12,5	25	37,5	50	62,5	75	87,5	100	112,5

Tegn punkterne ind i et koordinatsystem. Husk at et punkt er defineret ved (x, y).

Find f.eks. punktet (3, 37.5) ved at gå hen til 3 på x-aksen og op til 37,5 på y-aksen.
Eller punktet (6, 75) ved at gå til 6 på x-aksen og op til 75 på y-aksen osv. osv.

Forbind derefter punkterne i koordinatsystemet med hinanden, som vist nedenfor:



EKSEMPEL 3:

2 ligninger har forskrifterne y= 3x+8 og y = -2x + 20

Om dem kan man sige:
Forskriften y= 3x+8
a = 3
b = 8
a er positiv og grafen er derfor stigende.
grafen skærer y-aksen i 8 (går gennem punktet (0, 8))

Udfylder man et sildeben, så får man:

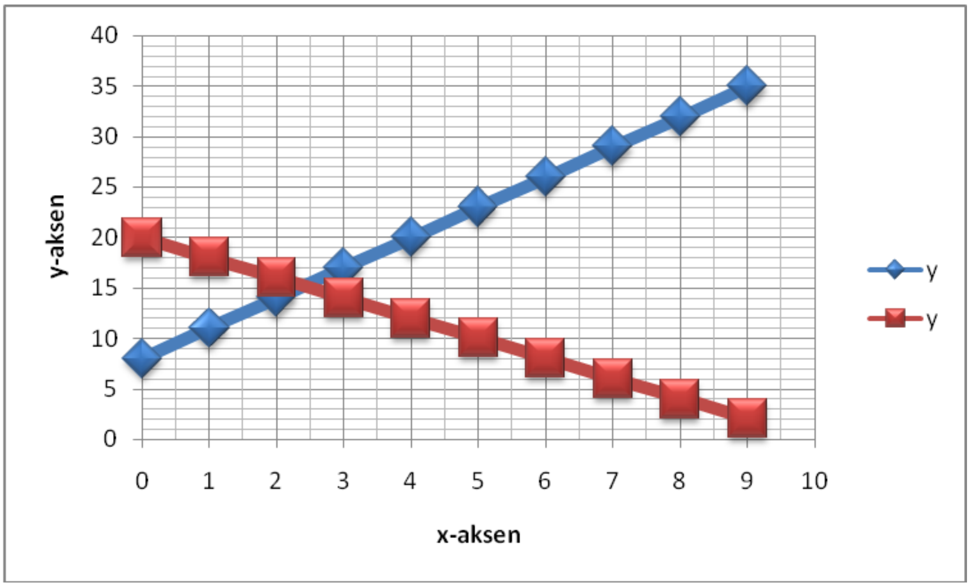
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35

Forskriften y = -2x + 20
a = -2
b = 20
a er negativ og grafen er derfor faldende.
grafen skærer y-aksen i 20 (går gennem punktet (0, 20))

Udfylder man et sildeben, så får man:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

Tegner man begge ligninger i et koordinatsystem får man:



Man kan nu aflæse at de 2 kurver skærer hinanden ca. i punktet P(2.5, 15).

DETTE KALDES EN GRAFISK LØSNING. DENNE LØSNING ER IKKE ALTID LIGE PRÆCIS, IDET DEN ER AFLÆST. DET SES OGSÅ UNDER PUNKTET ”TEORETISK LØSNING” PÅ SIDE 8.

TEORETISK LØSNING:

Hvis man kigger på ligningerne, så vil man opdage at der står $y =$ ved dem begge.

Hvis y= 3x+8 og y = -2x + 20 , så kan man sætte dem lig med hinanden og så er:

$$3x+8 = -2x + 20$$

Det er en ligning, som kan løses.

$$3x+8 = -2x + 20$$
$$3x + 2x = 20 - 8$$
$$5x = 12$$
$$x = 2.4$$

Det betyder at det sted, hvor de 2 ligninger er lig med hinanden er x-værdien <u>præcis</u> 2.4.
Hvis man så sætter x-værdien ind i en af ligningerne, så finder man dermed y-værdien for skæringspunktet.

$y = 3x+8 = 3 \cdot 2.4 + 8 = 7.2 + 8 = 15.2$

Det betyder, at ligningerne skærer hinanden i punktet (2.4, 15.2)

Kontrol:
Som kontrol kan man sætte x-værdien ind i den anden ligning. Det skulle jo gerne give samme y-værdi (15.2), som hos første ligning.

$Y = -2x + 20 = -2 * 2.4 + 20 = -4.8 + 20 = 15.2$ (rigtigt)

DEN TEORETISKE LØSNING ER HELT PRÆCIS. DEN ER UDREGNET OG ALTSÅ IKKE AFLÆST, SOM HOS DEN GRAFISKE LØSNING.

LINKS:
www.iundervising.dk/materialesamling

Kunnskap6.no - Grafen til en lineær funktion.
http://iundervisning.dk/materialesamling/detail/link-365.php

Graph – Et program til at tegne funktioner
http://iundervisning.dk/materialesamling/detail/link-326.php

Simple Plotter
http://iundervisning.dk/materialesamling/detail/link-84.php

Dammskolen.no - Graf og funktionstegner
http://iundervisning.dk/materialesamling/detail/link-368.php

ixl.com - Indtast og tegn funktion i koordinatsystem
http://iundervisning.dk/materialesamling/detail/link-368.php